

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**"Псковский государственный университет"
(ПсковГУ)**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

 А.А. Серебрякова
« 19 » 01 2024 г.

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
ПО МАТЕМАТИКЕ**

Псков
2024

I. Пояснительная записка

Данная программа предназначена для подготовки к вступительному испытанию по математике, проводимому университетом самостоятельно, для поступающих на обучение по программам бакалавриата и специалитета.

Вступительные испытания по математике проходят в форме тестирования. Данная программа определяет цели и задачи вступительного испытания, требования к уровню подготовки абитуриентов, проверяемые заданиями экзаменационной работы, элементы содержания по математике для составления вступительных тестов, порядок проведения вступительного испытания, содержит демонстрационный вариант теста, критерии оценивания, литературу для подготовки к вступительному испытанию.

II. Цели и задачи вступительного испытания

Цель – определить готовность абитуриента к обучению на программах высшего образования

Задачи:

- оценить уровень подготовки абитуриентов по математике;
- создать условия для конкурсного отбора абитуриентов на программы высшего образования.

III. Требования к уровню подготовки абитуриентов, проверяемые заданиями экзаменационной работы

1. Уметь выполнять вычисления и преобразования:

- выполнять арифметические действия; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма;
- вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя преобразования;
- проводить преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

2. Уметь решать уравнения и неравенства:

- решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы;
- решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод;
- решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы.

3. Уметь выполнять действия с функциями:

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения;

- вычислять производные и первообразные элементарных функций;
- исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции.

4. Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами:

- решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей);
- решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.

5. Уметь строить и исследовать простейшие математические модели:

- моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры;
- моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;
- проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения.

6. Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках;
- решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

IV. Элементы содержания по математике для составления вступительных тестов

В данном разделе перечислены элементы содержания курса основной и средней школы, которые могут быть использованы при составлении вступительных тестов.

1. Числа, степени, корни.

1.1. Числа. Целые числа. Дроби. Рациональные числа. Действия с числами (сложение, вычитание, умножение, деление). Проценты. Модуль (абсолютная величина) числа.

- 1.2. Степени.** Степень с натуральным показателем. Степень с рациональным показателем. Свойства степеней.
- 1.3. Корни.** Корень степени $n > 1$. Свойства корней.

2. Тождества. Преобразования выражений.

- 2.1. Преобразования выражений,** содержащих арифметические операции. Формулы сокращенного умножения. Сокращение рациональных дробей, приведение рациональных дробей к общему знаменателю. Преобразования выражений, содержащих степени, корни.
- 2.2. Логарифмы.** Логарифм числа. Логарифм произведения, частного, степени. Преобразование логарифмических выражений.
- 2.3. Тригонометрические выражения.** Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс, котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус и косинус двойного аргумента. Преобразования тригонометрических выражений.

3. Функции.

- 3.1. Основные понятия.** Функция. Область определения функции, множество значений функции. График функции.
- 3.2. Элементарное исследование функций.** Монотонность функции, промежутки возрастания и убывания. Чётность и нечётность функции. Периодичность функции. Ограниченность функции. Точки экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. Чтение графика функции.
- 3.3. Основные элементарные функции.** Линейная, квадратичная, обратная пропорциональность, степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические. Свойства и графики основных элементарных функций.
- 3.4. Производная.** Геометрический смысл производной. Физический смысл производной. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функций.

4. Уравнения, неравенства и их системы.

- 4.1. Уравнение,** корень уравнения. Линейные, квадратные, рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения и их решение. Система уравнений с двумя переменными, решение простейших систем уравнений.
- 4.2. Неравенства.** Числовые неравенства, их свойства. Числовые промежутки. Неравенство с переменной, решение неравенства с переменной. Линейные, квадратные, рациональные, показательные, логарифмические неравенства и их решение. Метод интервалов.
- 4.3. Сюжетные задачи.** Применение уравнений для решения содержательных практических задач. Задачи на движение, работу, процентное соотношение.

5. Геометрия.

- 5.1. Планиметрия.** Простейшие геометрические фигуры (отрезок, луч, угол, окружность, круг). Треугольник, виды треугольников и их свойства. Синус, косинус, тангенс и котангенс острого угла прямоугольного треугольника. Четырехугольники, их виды и свойства (параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция). Окружность и круг. Площади геометрических фигур (треугольника, параллелограмма, трапеции, круга). Решение планиметрических задач.
- 5.2. Стереометрия.** Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости. Параллельность и перпендикулярность плоскостей. Угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями. Пространственные фигуры: параллелепипед, призма, пирамида, цилиндр, конус, сфера и шар. Объемы тел, площади поверхностей: параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара. Решение стереометрических задач.

V. Порядок проведения вступительного испытания

Вступительное испытание проводится в форме тестирования. Доступ к тестовым материалам осуществляется через личный кабинет абитуриента. Непосредственно перед началом тестирования проводится идентификация личности поступающего.

Вступительное испытание по математике проходит под постоянным видеонаблюдением до полного его завершения. Повторная сдача вступительного испытания при получении неудовлетворительной оценки или с целью улучшения результата не допускается.

Время прохождения вступительного испытания по математике 1 час 20 минут (80 минут). По окончании времени, отведенного на вступительное испытание, доступ к экзаменационным материалам автоматически закрывается.

Максимально за выполнение теста можно получить 100 баллов.

Экзаменационная работа состоит из двух частей:

- часть I включает 18 заданий. Ответом к заданиям 1–18 является целое число или конечная десятичная дробь. Это число необходимо занести в поле ответа при выполнении задания. Единицы измерений указывать не нужно;
- часть II состоит из 4 заданий, в которых нужно записать полное решение и ответ.

Решение и ответ к заданиям 19, 20, 21 и 22 нужно отсканировать или сфотографировать и загрузить в формате .jpg .png .pdf.

VI. Демонстрационный вариант теста

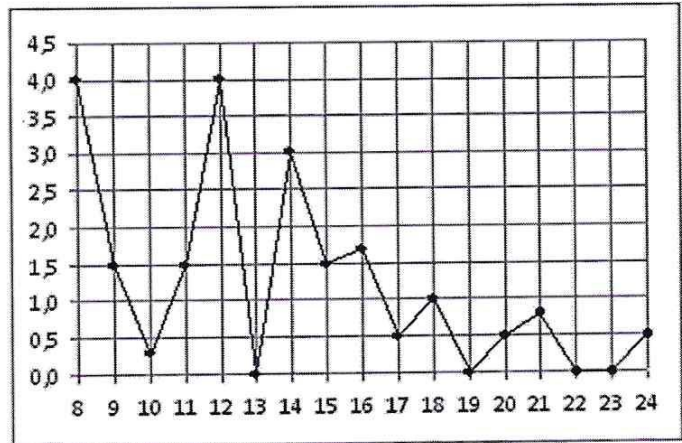
Часть I.

Для каждого задания части I укажите правильный ответ, единицы измерения указывать не нужно

1. Вычислите $(-(-5)+7):(-3-1)+(-2+6)$.

2. Вычислите $\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\right):\frac{7}{6}$.

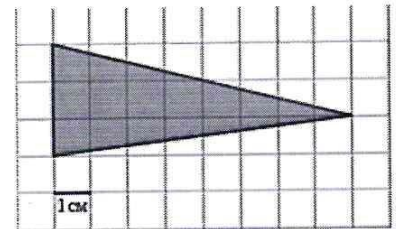
3. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указаны числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какое наибольшее количество осадков выпадало в период с 13 по 20 января. Ответ выразите в миллиметрах.



4. Укажите наибольшее из чисел

1) 0,4 2) 0,43 3) $\frac{4}{11}$ 4) $\frac{3}{7}$

5. На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



6. Ваня приглашен на день рождения к Маше. У Вани есть 500 рублей. Тюльпаны стоят 30 рублей за штуку. На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Из какого наибольшего числа тюльпанов он может купить букет?

7. Укажите наибольший корень уравнения $(x^2 - 6x)\sqrt{2-x} = 0$.

8. Укажите количество целых решений неравенства $x^2 - 2x \leq 0$.

9. Укажите корень уравнения $\log_2(4+x) = 5$

10. Вычислите $\frac{15^8}{3^7 \cdot 5^9}$.

11. Упростите выражение $\sqrt{a^3b} \cdot \sqrt{a \cdot b^5}$

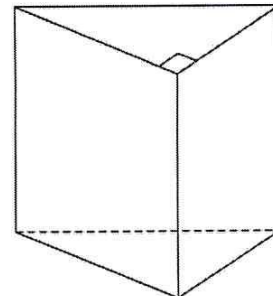
1) $\sqrt{a^3b^5}$ 2) a^2b^3 3) $\sqrt[4]{a^4b^6}$ 4) a^4b^6

12. Укажите функцию, возрастающую на всей области определения:

1) $y = \sin x$; 2) $y = \log_{1/2} x$; 3) $y = 2x^2$; 4) $y = 2^x$

13. 1 киловатт-час электроэнергии стоит 7 рублей 8 копеек. Счетчик электроэнергии 1 ноября показывал 12 625 киловатт-часов, а 1 декабря показывал 12 802 киловатт-часа. Сколько рублей нужно заплатить за электроэнергию за ноябрь?

14. Найдите значение выражения $\frac{a^2 - 49b^2}{a^2} \cdot \frac{a}{a - 7b}$ при $a = 4,8$ и $b = 1,2$



15. Основанием прямой призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, высота призмы равна 10. Найдите площадь ее поверхности.

16. Катер прошел 18 км по течению реки, а затем 20 км против течения, затратив на весь путь 2 ч. Найдите скорость течения реки, если собственная скорость катера 20 км/ч.

17. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 13}$

18. Укажите точку максимума функции $f(x) = \log_2(2 + 2x - x^2) - 2$

Часть II.

Для каждого задания части II в листе ответа укажите полное решение и ответ.

19. Решите уравнение $5 \cos^2 x - 5 \cos x = 1 - 3 \sin^2 x$.

Найдите корни уравнения, принадлежащие промежутку $[3\pi; 5\pi]$.

20. 15 января планируется взять кредит в банке на 18 месяцев.

Условия его возврата таковы:

— 1□го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2□го по 14□е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15□го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15□е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

21. В правильной треугольной призме $ABC_1B_1C_1$ все ребра равны между собой. Точка K — середина ребра CC_1 .

А) Докажите, что прямые AB_1 и BK перпендикулярны.

Б) Найдите расстояние между прямыми AB_1 и BK , если ребро призмы равно 6.

22. Найдите все значения a , при каждом из которых на отрезке $[0; 1]$ существует хотя бы одно число x , удовлетворяющее неравенству $a + |a + 1 - x| \leq 3x - x^2 - 1$.

Ответы

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Ответ	1	0,5	3	2	12	15	2	3
№ задания	9	10	11	12	13	14	15	16
Ответ	28	0,6	2	4	1253,16	2,75	288	4
№ за- дания	17	18	19			20	21	22
Ответ	2	1	$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z; x_1 = \frac{11\pi}{3}; x_2 = \frac{13\pi}{3}$			119	$0,6\sqrt{30}$	$(-\infty; 0,5]$

VII. Критерии оценивания

В заданиях части I проверяется правильность ответа. За каждое верно выполненное задание начисляется 1 балл. В сумме за часть I максимально можно получить 18 первичных баллов.

В заданиях части II проверяется ход решения, его полнота и обоснованность. Возможны различные способы решения. Главное требование – решение должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждений автора работы. В остальном (метод, форма записи) решение может быть произвольным. За задания 19 и 20 выставляется до 3 баллов, за каждое задание 21, 22 выставляется до 4 баллов.

В результате в общей сложности за тест можно получить 32 балла. Полученные первичные баллы переводятся в 100-балльную шкалу в соответствии с приведённой ниже шкалой перевода.

Минимальное количество баллов, подтверждающее успешное прохождение вступительного испытания по математике – 39 баллов.

Шкала перевода баллов

Первичный балл	Тестовый балл
0	0
1	8
2	16
3	24
4	33
5	39
6	41
7	43
8	45
9	47
10	49
11	51
12	53
13	55
14	57
15	59
16	61

Первичный балл	Тестовый балл
17	63
18	65
19	68
20	72
21	74
22	76
23	78
24	81
25	84
26	87
27	90
28	92
29	94
30	96
31	98
32	100

VIII. Литература для подготовки к вступительному испытанию по математике

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: 10 кл, 11 кл. В 2 ч. Профильный уровень, углубленное обучение / Под редакцией А.Г. Мордковича. – М: Издания разных лет.
2. Алгебра и начала математического анализа. 10 кл., 11 кл. Профильный уровень, углубленное обучение. / Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н. и др. – М.: Издания разных лет.
3. Геометрия. 7-9 кл. Атанасян Л.С. и др. – М.: Издания разных лет.
4. Геометрия. 10-11 кл. Базовый и профильный уровни / Атанасян Л.С. и др. – М.: Издания разных лет.
5. Шабунин М.И. Математика. Пособие для поступающих в вузы. – М.: Лаборатория знаний, 2020.

Дополнительная:

1. Математика. Подготовка к ЕГЭ в 2023 году. Профильный уровень. Тренировочные работы – М.: МЦНМО, 2023. – 160 с.
2. ЕГЭ-2023. 37 вариантов. Типовые варианты экзаменационных заданий. Профильный уровень / Под ред. И.В. Ященко. – М.: Экзамен, 2023. – 160 с.
3. ЕГЭ 2022. Математика. Профильный уровень. 50 вариантов / Под ред. И.В. Ященко. – М.: Издательство «Экзамен», 2023 – 239 с.
4. Открытый банк заданий по математике <https://mathege.ru/>
5. Открытый банк заданий по математике ФИПИ <https://ege.fipi.ru/bank/index.php?proj=AC437B34557F88EA4115D2F374B0A07B>